CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA a XII-a

I. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} ax+1 & ,x<1 \\ x+2 & ,x\geq 1\end{cases}$

a) Să se arate că pentru a=2 ,funcția dată admite primitive şi să se determine o primitivă.
b) Să se arate că pentru a=1 ,funcția f nu admite primitive.
c) Pentru a=1 să se găsească o funcție $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ astfel încât f+g să admită primitive

II.
a)Să se dea un exemplu de grup abelian $(G,\bullet)$ având 10 elemente şi să se găsească un element $a\in G$, $a\neq e$, astfel încât $a^{10}=e$,unde e reprezintă elementul neutru al grupului.
b)Să se dea un exemplu de grup necomutativ cu 6 elemente şi să se gasească un element x al grupului pentru care $x^2=e$, $x\neq e$ ..

III. Se consideră şirul de integrale $I_n=\int \ln^n x dx, x>0, n\in\mathbb{N}^*$

a)Să se calculeze I_1.

b)Să se arate că $I_n=x\ln^n x-nI_{n-1}, \forall n\geq 2$

c)Să se calculeze I_3.

IV. Se consideră mulțimea $G=\{A\in M_2(\mathbb{R}) / A+I_2-inversabila\}$ iar pe mulțimea G legea de compoziție $A\circ B=A\bullet B+A+B$.
a)Să se justifice că multimea G are cel puțin două elemente.
bArătați că $A\circ B=(A+I_2)\cdot(B+I_2)-I_{2.}$
c)Să se arate că $(G,\circ)$ este grup abelian.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7